Matemática reversa

Matemática reversa é um programa em logica matemática que procura determinar quais axiomas são necessários para provar teoremas matemáticos. É um método que pose ser rapidamente descrito como “ir reversamente dos teoremas para os axiomas”, que vai de encontro com a prática da matemática tradicional, derivando um teorema a partir de axiomas. O programa da matemática reversa foi prenunciado pelos resultados na teoria de conjuntos, um exemplo de tais resultados é o clássico teorema “O axiom of choice e Zorn’s lemma são equivalentes à teoria dos conjuntos de ZF (Zermelo-Fraenkel)”. O proposito da matemática reversa, no entanto, é estudar possíveis axiomas dos teoremas matemáticos tradicionais e não os possíveis axiomas da teoria dos conjuntos.

Matemática reversa usualmente é fundamentada usando subsistemas da aritmética de segunda ordem, em que muitas definições e métodos são inspirados em trabalhos anteriores em analise construtiva e teoria da prova. O uso da aritmética de segunda ordem permite que muitas técnicas da teoria da recursão sejam empregadas; muitos resultados em matemática reversa têm resultados correspondentes em análise computável.

O programa foi fundado por Harvey Friedman (1975, 1976). A referencia principal para o assunto é (Simpson, 2009)

Conteúdo

1. Princípios Gerais
   1. Uso da Aritmética de segunda ordem
2. O cinco grandes subsistemas da aritmética de segunda ordem
   1. O sistema base [RCA0](https://en.wikipedia.org/wiki/Reverse_mathematics#The_base_system_RCA0)
   2. Weak König’s lemma [WKL0](https://en.wikipedia.org/wiki/Reverse_mathematics#Weak_K.C3.B6nig.27s_lemma_WKL0)
   3. Compreensão Aritmética [ACA0](https://en.wikipedia.org/wiki/Reverse_mathematics#Arithmetical_comprehension_ACA0)
   4. Recursão Transfinita Aritmética [ATR0](https://en.wikipedia.org/wiki/Reverse_mathematics#Arithmetical_transfinite_recursion_ATR0)
   5. [Π11 compreensão Π11-CA0](https://en.wikipedia.org/wiki/Reverse_mathematics#.CE.A011_comprehension_.CE.A011-CA0)
3. Sistemas Adicionais
4. [ω-modelos e β-mode](https://en.wikipedia.org/wiki/Reverse_mathematics#.CF.89-models_and_.CE.B2-models)los
5. Referencias
6. Links Externos

Princípios Gerais

Na matemática reversa, começa-se com uma linguagem estruturada e a base teórica – O núcleo de um sistema axiomático - o que é fraquíssimo para que possamos provar a maioria dos teoremas que estamos interessados, entretanto, ainda assim, é forte o suficiente para desenvolver definições necessárias para estabelecer esses teoremas. Por exemplo, para estudar o teorema “Toda sequencia limitada de números reais tem um número superior” é necessário usar um sistema base o qual se pode falar de números reais e sequencias de números reais.

Para cada teorema que pode ser colocado no sistema base, mas não pode ser provado nome mesmo, é preciso determinar um particular sistema de axiomas ( Mais forte que que o sistema base) que necessariamente prove o teorema. Para mostrar que um sistema S é necessário para provar um teorema T, é preciso duas provas. A primeira prova mostra que: T pode ser provado a partir de S; essa é uma simples prova matemática acompanhada de justificações que o sistema de axiomas S infere no teorema T. A segunda prova, conhecida como prova de volta (ou a inversa), mostra que: O próprio teorema T implica no sistema S; essa prova é sustentada pelo sistema base. A inversa estabelece que nenhum sistema de axioma S’ que estende o sistema base pode ter menos propriedade que o sistema S enquanto tentamos provar T.

Uso da aritmética de segunda Ordem